PENGHITUNGAN ANALITIK KEKUATAN BUCKLING STRUKTUR KOLOM BERTINGKAT DUA SEGMEN DENGAN BEBAN AKSIAL YANG BERBEDA PADA SETIAP SEGMENNYA

Eka Satria*, M. Arif Putra, Mulyadi Bur

Jurusan Teknik Mesin
Fakultas Teknik Universitas Andalas, Padang 25163
Telp: +62 751 72586, Fax: +62 751 72566
*e-mail : ekasatria@ft.unand.ac.id

ABSTRAK

Penghitungan kekuatan kritis buckling struktur kolom dengan kekakuan yang seragam di sepanjang batang dapat dilakukan dengan mudah melalui konsep elastik mekanika padat. Akan tetapi dalam berbagai aplikasi teknik di lapangan, cukup banyak ditemui struktur kolom dengan kekakuan maupun harga beban aksial yang dapat berbeda di sepanjang batang, seperti yang paling nyata adalah kolom-kolom untuk bangunan multi-lantai. Penurunan harga kekuatan kritis buckling kasus ini tidak akan pernah bisa dilakukan dengan sederhana karena memerlukan pemahaman matematika yang cukup rumit. Makalah ini mencoba membahas proses penghitungan kekuatan kritis buckling secara analitik untuk kolom bertingkat yang paling sederhana; yaitu yang melibatkan dua segmen penampang, dibawah pembebanan aksial yang juga berbeda untuk setiap segmennya. Melalui hasil penghitungan analitik ini, suatu persamaan pendekatan diperkenalkan. Diharapkan persamaan pendekatan ini dapat menjadi tambahan referensi bagi para praktisi dalam menghitung kekuatan buckling struktur kolom bertingkat.

Kata Kunci : *kolom bertingkat, dua segmen, beban aksial yang berbeda, beban buckling.*

1. PENDAHULUAN

Salah satu cara dalam menurunkan biaya konstruksi adalah dengan mereduki berat suatu struktur. Salah satu cara yang biasa digunakan dalam mereduksi berat ini adalah dengan memperkecil kekakuan suatu batang dengan cara mereduksi penampang batang tersebut. Sehingga sangat banyak ditemukan di lapangan, suatu batang yang dengan beberapa penampang yang berbeda di sepanjang batang tersebut.

Struktur kolom yang biasa digunakan untuk menahan suatu beban tekan tertentu juga sering dirancang dengan penampang yang berbeda, atau seringkali disebut sebagai suatu kolom bertingkat. Sebagai contoh, struktur kolom yang digunakan untuk menopang beban lantai pada bangunan *multi-storey*. Kadang kala lantai paling atas dirancang hanya untuk menahan beban yang sangat kecil. Sehingga akan sangat boros jika kolom tetap menggunakan penampang yang sama dengan penampang kolom bagian bawah yang memang dirancang untuk menahan beban lantai yang besar.

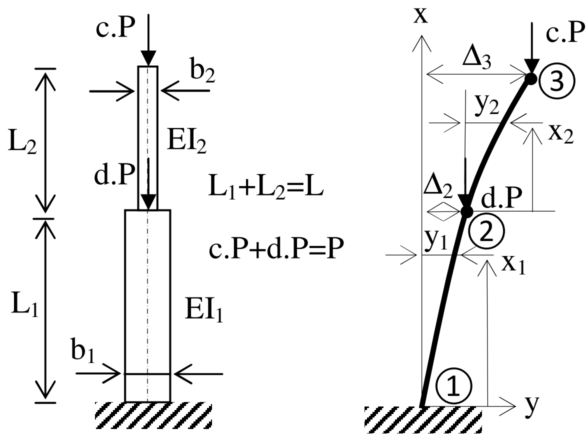
Permasalahan utama dalam perancangan adalah akan sangat sulit bagi perancang untuk mendapatkan persamaan kekuatan kritis buckling kolom bertingkat yang tentu saja akan memiliki kekakuan yang berbeda-beda untuk setiap segmennya. Apalagi jika beban yang bekerja juga berbeda untuk setiap segmen. Menghadapi situasi seperti ini, para perancang akan dihadapkan dengan persamaan matematika yang cukup rumit untuk diselesaikan.

Makalah ini menawarkan solusi untuk mendapatkan kekuatan kritis buckling untuk struktur kolom bertingkat multi segmen dengan beban aksial yang berbeda pada setiap segmennya. Persamaan untuk kekuatan kritis buckling akan diturunkan dengan konsep mekanika benda padat, dimana diagram benda bebas untuk setiap segmen akan digambarkan, dan dari diagram tersebut persamaan-persamaan karakteristik untuk sepanjang kolom didapatkan dari hubungan kekontinuan antar segmen dan jenis kondisi dari ujung-ujung kolom itu sendiri. Kemudian dengan bantuan software khusus matematika Maple16, persamaan untuk menghitung kekuatan kritis buckling dapat dihitung dengan mudah.

Makalah ini membahas struktur kolom bertingkat yang paling sederhana yaitu pada kolom bertingkat dua segmen dengan beban yang berbeda pada setiap segmennya. Kondisi batas kolom juga dibatasi pada tumpuan jepit di sisi bawah dan bebas pada sisi atas.

2. PENURUNAN PERSAMAAN ANALITIK

Sebuah model kolom bertingkat dua segmen dengan tumpuan jepit di ujung bawah serta bebas di ujung atas, diperlihatkan oleh Gbr. 1. Segmen 1 memiliki lebar penampang b_1, momen inersia I_1 dan panjang segmen L_1. Segmen 2 memiliki lebar penampang b_2, momen inersia I_2 dan panjang segmen L_2. Dua buah beban aksial bekerja pada kolom, dimana beban c.P bekerja pada ujung atas segmen 2 dan beban d.P bekerja pada titik perubahan segmen. Beban total yang bekerja diasumsikan sebesar (c+d)·P.



Gambar 1. Kolom Bertingkat Dua Segmen

Dari Gambar 2a dan 2b diperoleh persamaan differensial lendutan sebagai berikut:

$$y_1'' + k_1^2 y_1 = M_1 / EI_1 \qquad \text{... (1)}$$

$$y_2'' + k_2^2 y_2 = M_2 / EI_2 \qquad \text{... (2)}$$

dimana

$$k_1^2 = (c+d).P / EI_1 \qquad \text{... (3)}$$

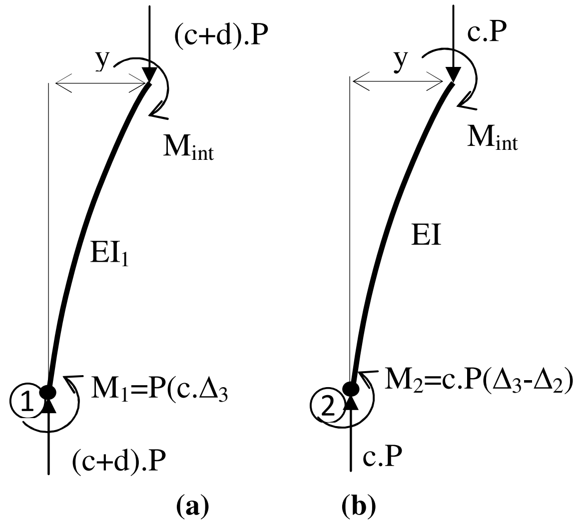
$$k_2^2 = c.P / EI_2 \qquad \text{... (4)}$$

Solusi umum untuk harga y_1 dan y_2 diberikan oleh:

$$y_1 = A\sin(k_1 x_1) + B\cos(k_1 x_1) + M_1 / EI_1 k_1^2 \qquad \text{... (5)}$$

$$y_2 = C\sin(k_2 x_2) + D\cos(k_2 x_2) + M_2 / EI_2 k_2^2 \qquad \text{... (6)}$$

Diagram benda bebas (DBB) dari untuk tiap segmen diberikan oleh Gbr.2 berikut ini.



Gambar 2. DBB tiap segmen kolom bertingkat (a). Segmen 1 (b). Segmen 2

Syarat batas pada titik ① dan titik ② diberikan oleh:

$$y_1(x_1 = 0) = 0; \quad y_1'(x_1 = 0) = 0;$$

$$y_1(x_1 = L_1) = y_2(x_2 = 0) + \Delta_2;$$

$$y_1'(x_1 = L_1) = y_2'(x_2 = 0) \ ,$$

sehingga dari Pers.(5) dan (6) diperoleh harga

$$A = 0;$$

$$B = -M_1 / EI_1 k_1^2;$$

$$C = \left(M_1 \sin(k_1 L_1)\right) / \left(EI_1 k_1 k_2\right);$$

$$D = (M_1 / EI_1 k_1^2) - (M_2 / EI_2 k_2^2) - \Delta_2 - \left(M_1 \cos(k_1 L_1)\right) / \left(EI_1 k_1^2\right)$$

dimana

$$M_1 = P\left(d.\Delta_2 + c.\Delta_3\right) \text{ dan}$$

$$M_2 = c.P\left(\Delta_3 - \Delta_2\right).$$

Persamaan defleksi pada titik ② memberikan:

$$y_1(x_1 = L_1) = \Delta_2; \qquad \text{... (7)}$$

dan pada titik ③ memberikan:

$$y_2(x_2 = L_2) = \Delta_3 - \Delta_2 \qquad \text{... (8)}$$

Jika Pers. (7) dan (8) ini diubah dalam bentuk matriks akan diperoleh:

$$\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_2 \\ \Delta_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad \text{... (9)}$$

Kemudian jika parameter-parameter umum yang terkait dengan geometri umum kolom seperti:

$$L_1 = b\cdot L;\; L_2 = (1-b)\cdot L$$
$$EI_1 = a\cdot EI_2$$
$$P = \left(EI_2/c\right)\cdot k_2^2$$
$$k_1 = k_2.\sqrt{(c+d)/ac}$$

diinputkan ke dalam Pers. (9), maka akan diperoleh:

$$h_{11} = -\frac{d\left(\cos\left(k_2\sqrt{\frac{c+d}{ac}}\cdot bL\right)-1\right)}{c+d}-1$$

$$h_{12} = -\frac{\left(\cos\left(k_2\sqrt{\frac{c+d}{ac}}\cdot bL\right)-1\right)\cdot c}{c+d}$$

$$h_{21} = -\frac{\cos\left(k_2(1-b)L\right)d\cos\left(k_2\sqrt{\frac{c+d}{ac}}bL\right)}{c+d}+\frac{\cos\left(k_2(1-b)L\right)d}{c+d}+\frac{d\sin\left(k_2\sqrt{\frac{c+d}{ac}}bL\right)\sin\left(k_2(1-b)L\right)}{ca\sqrt{\frac{c+d}{ac}}}$$

$$h_{22} = -\frac{\sin\left(k_2\sqrt{\frac{c+d}{ac}}bL\right)\sin\left(k_2(1-b)L\right)}{a\sqrt{\frac{c+d}{ac}}}+\frac{\cos\left(k_2(1-b)L\right)c}{c+d}-\cos\left(k_2(1-b)L\right)-\frac{\cos\left(k_2(1-b)L\right)\cos\left(k_2\sqrt{\frac{c+d}{ac}}bL\right)}{c+d}$$

Solusi *nontrivial* dari Pers.(9) diperoleh dengan

$$\det\begin{vmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{vmatrix} = 0$$

sehingga akan diperoleh:

$$\frac{\cos\left(k_2(-1+b)L\right)\cos\left(k_2\sqrt{\frac{c+d}{ac}}bL\right)a\sqrt{\frac{c+d}{ac}}}{a\sqrt{\frac{c+d}{ac}}}+\frac{\sin\left(k_2(-1+b)L\right)\sin\left(k_2\sqrt{\frac{c+d}{ac}}bL\right)}{a\sqrt{\frac{c+d}{ac}}}=0$$

... (10)

Dari Pers.(10) ini, kekuatan *buckling* dari kolom bertingkat dua segmen yang dibebani dengan beban aksial pada setiap segmennya dapat dihitung dengan mudah.

3. PENENTUAN PERSAMAAN PENDEKATAN PENGHITUNGAN KEKUATAN BUCKLING

Kekuatan kritis buckling kolom bertingkat dua segmen akibat beban aksial dihitung dalam dua kondisi umum. Kondisi pertama digunakan untuk menghitung kekuatan kritis kolom dalam variasi rasio perbandingan momen inersia I_1/I_2 dan rasio perbandingan beban aksial P_1/P_2 dengan batasan panjang tiap segmen adalah sama, $L_1/L_2 = 1$. Kondisi ini secara matematika dinyatakan $P_{cr} = f(I_1/I_2, P_1/P_2)$. Kondisi kedua digunakan untuk menghitung kekuatan kritis kolom dalam variasi rasio perbandingan momen inersia I_1/I_2 dan rasio perbandingan panjang segmen L_1/L_2, dengan batasan beban aksial tiap segmen adalah sama, $P_1/P_2 = 1$.

Total model kolom bertingkat dua segmen yang digunakan sebayak 112 model, yang merupakan kombinasi dari variasi geometri dan variasi beban aksial tiap segmen. Untuk variasi geometri, perbedaan ukuran penampang antara segemen 1 dan 2 dibuat dalam 16 variasi, yang dimulai dari perbandingan $I_1/I_2 = a = 2,3,\cdots 16$. Sedangkan untuk variasi beban aksial tiap segmen dibuat dalam 7 variasi, yang dinyatakan dalam perbandingan $P_1/P_2 = d/c = 0, 0.5, 1, \cdots 3$. Seluruh model dibatasi dengan rasio panjang segmen, $L_1/L_2 = 1$.

Kemudian dengan menggunakan data-data tersebut, beban kritis buckling dari seluruh model dapat dihitung dengan menggunakan Pers.(10). Hasil yang diperoleh diberikan secara lengkap pada Tabel 1.

Hasil penghitungan ini kemudian didekati dengan menggunakan teknik regresi kuadrat terkecil (*least square regression*) dengan menggunakan 6 buah model pendekatan seperti yang ditunjukkan oleh Pers.(11) sampai (16). Pada model-model tersebut, rasio perbandingan I_1/I_2 dinyatakan x_1, rasio perbandingan P_1/P_2 dinyatakan dengan x_2, sedangkan beban kritis buckling P_{cr} dinyatakan dengan parameter y.

Model 1:
Persamaan untuk model 1 diambil dari penjumlahan dua buah persamaan orde-1 masing terhadap x_1 dan x_2, sebagai berikut:

$$y(x_1,x_2) = y_1(x_1) + y_1(x_2)$$
$$y_1(x_1,x_2) = b_0 + b_1x_1 + c_0 + c_1x_2$$

Atau:

$$y(x_1,x_2) = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 \qquad \text{... (11)}$$

Model 2:
Persamaan untuk model 2 diambil dari perkalian dua buah persamaan orde-1 masing terhadap x_1 dan x_2, sebagai berikut:

$$y(x_1,x_2) = y_1(x_1)\cdot y_1(x_2)$$
$$y_1(x_1,x_2) = \left(b_0 + b_1x_1\right)\cdot\left(c_0 + c_1x_2\right)$$
$$= b_0\cdot c_0 + b_0\cdot c_1x_2 + c_0\cdot b_1x_1 + b_1\cdot c_1\cdot x_1x_2$$

atau

$$y(x_1,x_2) = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_1x_2 \qquad \text{... (12)}$$

Model 3:
Persamaan untuk model 3 diambil dari penjumlahan dua buah persamaan orde-2 masing terhadap x_1 dan x_2, sebagai berikut:

$$y(x_1,x_2) = y_2(x_1) + y_2(x_2)$$
$$y(x_1,x_2) = b_0 + b_1x_1 + b_2x_1^2 + c_0 + c_1x_2 + c_2x_2^2$$

atau

$$y(x_1,x_2) = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3{x_1}^2 + a_4{x_2}^2 \qquad \text{... (13)}$$

Model 4:
Persamaan untuk model 4 diambil dari penjumlahan persamaan orde-2 terhadap x_1 dan persamaan orde-1 terhadap x_2, sebagai berikut:

$$y(x_1,x_2) = y_2(x_1) + y_1(x_2)$$
$$y(x_1,x_2) = b_0 + b_1x_1 + b_2x_1^2 + c_0 + c_1x_2$$

Atau:

$$y(x_1,x_2) = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3{x_1}^2 \qquad \text{... (14)}$$

Model 5:
Persamaan untuk model 5 diambil dari perkalian persamaan orde-2 terhadap x_1 dan persamaan orde-1 terhadap x_2, sebagai berikut:

$$y(x_1,x_2) = y_2(x_1)\cdot y_1(x_2)$$
$$y(x_1,x_2) = \left(b_0 + b_1x_1 + b_2x_1^2\right)\cdot\left(c_0 + c_1x_2\right)$$

Atau:

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_1x_2 + a_4{x_1}^2 + a_4{x_1}^2x_2 \qquad \text{... (15)}$$

Model 6:
Persamaan untuk model 6 diambil dari perkalian dua buah persamaan orde-2 terhadap x_1 dan x_2, atau secara matematika kondisi ini dijelaskan sebagai berikut:

$$y(x_1,x_2) = y_2(x_1)\cdot y_2(x_2)$$
$$y(x_1,x_2) = \left(b_0 + b_1x_1 + b_2x_1^2\right)\cdot\left(c_0 + c_1x_2 + c_2{x_2}^2\right)$$

atau

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_1x_2 + a_4{x_1}^2 + a_5{x_2}^2$$
$$+ a_6x_1^2x_2 + a_7x_1x_2^2 + a_8x_1^2x_2^2 \qquad \text{... (16)}$$

Tabel 1. Hasil Penghitungan Beban Kritis Buckling Kolom Bertingkat Dua Segmen $\left(P_{cr}L^2 / EI_1\right)$

	Rasio P_1/P_2						
Rasio I_1/I_2	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
16.00	0.544	0.542	0.540	0.538	0.537	0.535	0.533
15.00	0.575	0.573	0.565	0.569	0.566	0.564	0.562
14.00	0.610	0.608	0.605	0.603	0.600	0.597	0.594
13.00	0.650	0.647	0.644	0.641	0.637	0.634	0.630
12.00	0.695	0.691	0.687	0.683	0.679	0.675	0.670
11.00	0.746	0.742	0.737	0.732	0.727	0.721	0.715
10.00	0.806	0.800	0.794	0.788	0.781	0.774	0.766
8.89	0.884	0.877	0.868	0.860	0.850	0.840	0.830
8.00	0.959	0.949	0.938	0.926	0.914	0.901	0.888
7.00	1.058	1.044	1.029	1.013	0.996	0.979	0.960
6.00	1.178	1.158	1.137	1.115	1.091	1.067	1.041
5.00	1.327	1.298	1.267	1.234	1.201	1.166	1.130
4.00	1.515	1.470	1.423	1.374	1.325	1.275	1.226
2.92	1.779	1.703	1.625	1.549	1.474	1.402	1.333
2.00	2.067	1.944	1.826	1.713	1.609	1.512	1.423

Tabel 2. Tingkat Kesesuaian Persamaan Pendekatan

Model	Hasil Regresi	Tingkat Kesesuaian (r^2)
Model 1	$y = 1,8562 - 0,0876x_1 - 0,0634x_2$	94,96%
Model 2	$y = 2,0517 - 0,1106x_1 - 0,1938x_2 + 0,0154x_1x_2$	95,92%
Model 3	$y = 2,1793 - 0,1944x_1 - 0,0717x_2 + 0,0063{x_1}^2 + 0,0028{x_2}^2$	98.47%
Model 4	$y = 2,1759 - 0,1944x_1 - 0,0634x_2 + 0,0063{x_1}^2$	98.47%
Model 5	$y = 2,5555 - 0,2789x_1 - 0,3166x_2 + 0,0564x_1x_2 + 0,0099{x_1}^2 - 0,0024{x_1}^2$	99,73%
Model 6	$y = 2,4432 - 0,254x_1 - 0,3002x_2 + 0,0087x_1^2 + 0,0121{x_2}^2 + 0,0533x_1x_2 - 0,0023x_1^2x_2 - 0,0029x_1x_2^2 + 0,0001x_1^2x_2^2$	99,40%

Tingkat kesesuaian persamaan-persamaan pendekatan $\left(r^2\right)$ ini dievaluasi dengan menggunakan Pers.(17).

$$r^2 = \sqrt{\left(\frac{S_t - S_r}{S_t}\right)} \qquad \text{... (17)}$$

Harga S_t dan S_r diberikan oleh Pers. (18) dan (19) berikut:

$$S_t = \left(y_{data} - \overline{y}_{rata-rata}\right)^2 \qquad \text{... (18)}$$

$$S_r = \left(y_{data} - y_{pendekatan}\right)^2 \qquad \text{... (19)}$$

Harga $r^2 = 100\%$ mengindikasikan bahwa persamaan pendekatan yang digunakan benar-benar sesuai atau cocok dengan data-data yang diberikan pada Tabel 1.

Tabel 2 menunjukkan tingkat kesesuaian dari masing-masing model. Untuk model 1, Hasil regresi memberikan harga persamaan pendekatan:

$$y = 1,8562 - 0,0876x_1 - 0,0634x_2$$

dengan kesesuaian sebesar 94,96% dari data-data yang diberikan Tabel 1.

Kemudian, untuk model 2, hasil regresi memberikan harga persamaan pendekatan:

$$y = 2,0517 - 0,1106x_1 - 0,1938x_2 + 0,0154x_1x_2$$

dengan kesesuaian sebesar 95,92%.

Selanjutnya, untuk model 3, hasil regresi memberikan harga persamaan pendekatan:

$$y = 2,1793 - 0,1944x_1 - 0,0717x_2 + 0,0063x_1^2 + 0,0028x_2^2$$

dengan kesesuaian sebesar 98,47%.

Berikutnya, untuk model 4, hasil regresi memberikan harga persamaan pendekatan:

$$y = 2,1759 - 0,1944x_1 - 0,0634x_2 + 0,0063x_1^2$$

dengan kesesuaian sebesar 98,47%.

Kemudian, untuk model 5, hasil regresi memberikan harga persamaan pendekatan:

$$y = 2,5555 - 0,2789x_1 - 0,3166x_2 + 0,0564x_1x_2 + 0,0099x_1^2 - 0,0024x_1^2x_2 \quad \text{... (20)}$$

dengan kesesuaian sebesar 99,73%.

Terakhir, untuk model 6, hasil regresi memberikan harga persamaan pendekatan:

$$y = 2,4432 - 0,254x_1 - 0,3002x_2 + 0,0087x_1^2 + 0,0121x_2^2 + 0,0533x_1x_2 - 0,0023x_1^2x_2 - 0,0029x_1x_2^2 + 0,0001x_1^2x_2^2 \quad \text{... (21)}$$

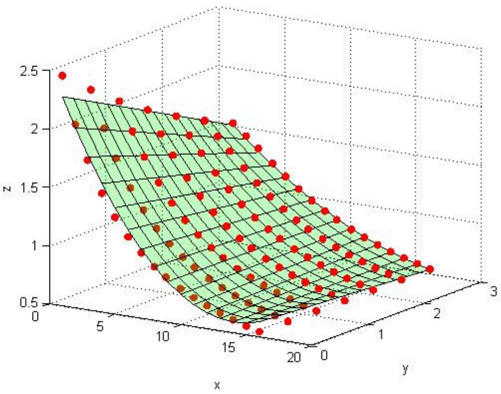
dengan kesesuaian sebesar 99,40%.

Dari ke enam model tersebut, terlihat bahwa model 5 memberikan hasil yang paling baik dengan tingkat kesesuaian terhadap data sekitar 99,73%. Ini berarti persamaan pendekatan untuk menghitung beban kritis kolom bertingkat dua segmen dengan beban aksial pada masing-masing segmen diperoleh seperti yang diberikan Pers.(21) atau jika parameter x_1, x_2 dan y diganti dengan harga-harga yang semestinya, maka beban kritis kolom dapat dihitung dengan Pers. (22).

$$P_{cr}L^2/EI_1 = 2,5555 - 0,2789(I_1/I_2) - 0,3166(P_1/P_2) + 0,0564(I_1/I_2)(P_1/P_2) + 0,0099(I_1/I_2)^2 - 0,0024(I_1/I_2)^2(P_1/P_2) \quad \text{... (22)}$$

Pers.(22) ini dibatasi dalam daerah penggunaan untuk panjang antar segmen yang sama, $L_1 / L_2 = 1$ dan material elastik.

Jika persamaan pendekatan ini diplotkan dalam perbandingan dengan data-data hasil perhitungan pada Tabel 1, maka hasil perbandingannya dapat dilihat pada Gbr 3.



Gambar 3. Grafik yang diberikan oleh persamaan pendekatan terhadap data sebenarnya

4. KESIMPULAN

Persamaan untuk menghitung kekuatan buckling struktur kolom bertingkat dua segmen dengan beban aksial yang berbeda pada setiap segmennya telah diturunkan secara analitik dan diberikan oleh Pers.(10) pada makalah ini. Kemudian suatu persamaan pendekatan dicari berdasarkan teknik regresi dengan menggunakan beberapa model persamaan pendekatan, dan pada akhirnya Pers.(22) diajukan sebagai persamaan pendekatan untuk penghitungan beban kritis struktur kolom bertingkat dua segmen dengan bebam aksial yang berbeda pada setiap segmennya dengan tingkat kesesuaian sebesar 99,73%.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terimakasih kepada Direktorat Penelitian dan Pengabdian kepada Masyarakat Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi, Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan RI atas dana penelitian yang diberikan melalui Penelitian Fundamental melalui DIPA Universitas Andalas Nomor: 023.04.2.415061/2013, dimana makalah ini merupakan output dari salah satu bagian penelitian tersebut.

REFERENSI

1. Chen, W.F; Lui, E.M (1987), Structural Stability, Theory and Implementation, Elsevier Science Pub, New York.
2. Kato, S; Kim, Y.B (2005),"Simulation of the cyclic behavior of J-Shaped Steel Hysteresis Devices and Study on the Efficiency for Reducing Earthquke Responses of Space Structures, Journal Constructional Steel Structures, Vol 61, pp.1457-1473.
3. Satria, E; Kato, S; Kim, Y.B (2007), "Comparison of Design Formula for Buckling Cylindrical Steel Shells under Axial Compression", Journal of Steel Construction Engineering, Vol.14(54), pp.27-41.
4. Satria, E; Bur, M; Zachari, H (2011),"Penghitungan Kekuatan Elasto-Plastik Struktur Silinder Berdinding Tipis Akibat Beban Tekan Aksial dengan Melibatkan Pengaruh Ketidaksempurnaan Geometri", SNTTM X, Malang.
5. Satria, E; Bur, M; Rizki, S, (2012),"Kaji Perbandingan Hasil Komputasi Kekuatan kritis Struktur Kolom Baja akibat Beban Tekan Aksial dengan Standar-Standar Perancangan", SNTTM XI, Yogyakarta.